## Lesław Kyzioł Akademia Marynarki Wojennej

# WYTRZYMAŁOŚĆ DREWNA MODYFIKOWANEGO W ZŁOŻONYCH STANACH NAPRĘŻEŃ

# CZĘŚĆ II OPIS MATEMATYCZNY

### STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono powierzchnie graniczne wytrzymałości drewna naturalnego i modyfikowanego w oparciu o wyniki badań wytrzymałościowych zawartych w części I. Do opisu wytrzymałości badanych materiałów w złożonych stanach naprężeń wykorzystano kryterium wytężenia Tsai-Wu oraz Goldenblata-Kopnova. Weryfikację ich adekwatności przeprowadzono na podstawie testu *F* Sendocora.

#### Słowa kluczowe:

drewno naturalne i modyfikowane, wytrzymałość graniczna, kryteria wytrzymałościowe.

### WSTĘP

Przewidywanie wytrzymałości drewna jako kompozytu warstwowego jest potrzebne do projektowania elementów konstrukcji z drewna. Ważna jest zwłaszcza wytrzymałość drewna na ścinanie zgodnie z normą PN-79/D-04105 [7]. Podane w literaturze wartości wytrzymałości na ścinanie różnych kompozytów drewna są rozbieżne [8, 10]. Brak niezawodnych metod pomiaru wytrzymałości na ścinanie powoduje projektowanie konstrukcji z dużą tolerancją.

Konstrukcje wykonane z drewna, nawet przy obciążeniu równomiernym, charakteryzują się złożonym stanem naprężenia. Istniejące kryteria wytężeniowe dla materiałów anizotropowych w złożonych stanach naprężeń bazują na modelu matematycznym, który oparty jest na wynikach badań doświadczalnych nieuwzględniających

mechanizmu zachowania się materiału (niejednoznaczna jest definicja wytrzymałości na ścinanie) [5, 6]. Właściwe kryteria dla danej grupy materiałów anizotropowych przyjmuje się poprzez ich doświadczalną weryfikację. W tym celu przeprowadzono badania drewna w złożonych stanach naprężenia. Wyniki badań przedstawiono w części I pracy.

## OPIS WYTRZYMAŁOŚCI KOMPOZYTU W ZŁOŻONYM STANIE NAPRĘŻENIA

Jest wiele kryteriów opisujących wytężenie materiałów anizotropowych [1, 2, 4]. W tej pracy opis wytężenia oparto na dwóch kryteriach: Tsai-Wu oraz Goldenblata-Kopnova.

#### Kryterium Tsai-Wu [9]

Kryterium to opiera się na prostych założeniach, a mianowicie, jeżeli obciążenie zewnętrzne powoduje powstanie w materiale pola odkształceń (opisanych przez tensor odkształcenia  $\varepsilon$  i związanego z nim pola naprężeń opisanego za pomocą tensora naprężenia  $\sigma$ ), to naturalne staje się odniesienie wytężenia materiału do pewnego stanu powodującego jego zniszczenie:

$$P_{ij}\sigma_{ij} + P_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + P_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn} + \dots = 1, \qquad (1)$$

gdzie:  $\sigma_{t} \sigma_{t} \sigma_{t}$  — średnie wartości składowych naprężenia (składowe tensora naprężeń);

 $P_{ii}; P_{iikl}; P_{iikln}$  — współrzędne równania powierzchni.

Ze względu na brak możliwości doświadczalnego określenia wyrazów wyższych rzędów niż cztery, przyjmowane są dwa pierwsze wyrazy szeregu tensorowego. Dla płaskiego stanu naprężeń:

$$P_{ij}\sigma_{ij} + P_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} = 1.$$
<sup>(2)</sup>

Korzystając z tego kryterium dla dwóch pierwszych wyrazów (2), przy założeniu że kierunek naprężeń stycznych nie wpływa na wytrzymałość przy ścinaniu (wyraz  $2P_{12}\sigma_{12} = 0$ ), uzyskuje się:

Zeszyty Naukowe AMW

$$P_{11}\sigma_{11} + P_{1111}\sigma_{11}^2 + 4P_{1212}\sigma_{12}^2 = 1.$$
 (3)

Przyjmując, że równanie powyższe jest spełnione dla wytrzymałości na rozciąganie ( $R_{11}$ ), ściskanie ( $R_{\overline{11}}$ ) oraz na czyste ścinanie ( $R_{12}$ ), uzyskuje się równanie dla wyznaczenia stałych w zależności (3):

$$P_{11}R_{11} + P_{1111}R_{11}^{2} = 1 \quad \text{rozciaganie}$$
  
-  $P_{11}R_{11} + P_{1111}R_{11}^{2} = 1 \quad \text{ściskanie}$  (4)  
$$4P_{1212}R_{12}^{2} = 1 \quad \text{ścinanie}$$

Rozwiązując układ równań (4), otrzymuje się

$$P_{11} = \frac{R_{\overline{11}} - R_{11}}{R_{11}R_{\overline{11}}}; \qquad P_{1111} = \frac{1}{R_{11}R_{\overline{11}}}; \qquad P_{1212} = \frac{1}{4R_{12}^2}.$$
(5)

Wartości:  $R_{11}$ ,  $R_{\overline{11}}$ ,  $R_{12}$  podano w tabelach 1–3 [3].

Wartości współrzędnych tensora powierzchni wytrzymałości, zgodnie z zależnościami (4), z uwzględnieniem wartości zawartych w tabelach 1–3 [3], zamieszczono w tabeli 1.

Zawartość polimeru W	$P_{11}$	<i>P</i> <sub>1111</sub>	$P_{1212}$
[kg/kg]	[MPa <sup>-1</sup> ]	[MPa <sup>-2</sup> ]	[MPa <sup>-2</sup> ]
0	$-7.655 \cdot 10^{-3}$	1.913.10-4	5.165.10-4
0.35	$-4.481 \cdot 10^{-3}$	$1.400 \cdot 10^{-4}$	$4.340 \cdot 10^{-4}$
0.43	$-3.094 \cdot 10^{-3}$	1.136.10-4	3.559.10-4
0.48	$-2.435 \cdot 10^{-3}$	$1.014 \cdot 10^{-4}$	3.234.10-4
0.56	$-1.729 \cdot 10^{-3}$	8.64.10-5	$2.777 \cdot 10^{-4}$

Tabela 1. Wartości stałych zależności (4) wyznaczone na podstawie wzoru (5)

Wykorzystując kryterium (3), wyznaczamy wartości składowych  $\sigma_{_{11}} \sigma_{_{12}}$ . Wartości obliczonych składowych  $\sigma_{_{11}}, \sigma_{_{12}}$  przedstawiono na rysunku 1.

2 (177) 2009



Rys. 1. Wytrzymałość kompozytu D-PMM w zależności od składowych naprężenia  $\sigma_{_{11}}, \sigma_{_{12}}$  dla różnych zawartości polimeru; punktami oznaczono wartości uzyskane z pomiarów

## Kryterium Goldenblata-Kopnova [9]

Ogólna postać tego kryterium

$$\left(\pi_{ij}\sigma_{ij}\right)^{\alpha} + \left(\pi_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\right)^{\beta} + \left(\pi_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn}\right)^{\gamma} + \dots + = 1, \qquad (6)$$

gdzie:  $\pi_{ij} \pi_{ijkl}$ ,... — tensory parzystych rzędów;

$$\alpha = 1; \beta = \frac{1}{2}; \gamma = \frac{1}{3}$$
 itd

W obliczeniach bierze się tylko dwa pierwsze wyrazy [4], stąd postać tego kryterium jest jak poniżej

$$\pi_{ij}\sigma_{ij} + \sqrt{\pi_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}} = 1$$

Po uwzględnieniu wartości naprężeń dla stanu płaskiego otrzymuje się

$$\pi_{11}\sigma_{11} + \sqrt{\pi_{1111}\sigma_{11}^2 + 4\pi_{1212}\sigma_{12}^2} = 1.$$
(7)

Podobnie jak w kryterium Tsai-Wu odpowiednie współczynniki wynoszą

$$\pi_{11} = \frac{R_{\overline{11}} - R_{11}}{2R_{11}R_{\overline{11}}}, \pi_{1111} = \frac{\left(R_{11} + R_{\overline{11}}\right)^2}{4R_{11}^2R_{\overline{11}}^2}; \pi_{1212} = \frac{1}{4R_{12}^2}.$$
(8)

Zeszyty Naukowe AMW

Wartości współrzędnych tensora powierzchni wytrzymałości, zgodnie z zależnościami (8), z uwzględnieniem wartości w tabelach 1–3 [3], zamieszczono w tabeli 2.

Zawartość polimeru W	$\pi_{11}$	$\pi_{1111}$	$\pi_{1212}$
[kg/kg]	[MPa <sup>-1</sup> ]	[MPa <sup>-2</sup> ]	[MPa <sup>-2</sup> ]
0	$-3.827 \cdot 10^{-3}$	$2.060 \cdot 10^{-4}$	5.165.10-4
0.35	$-2.240 \cdot 10^{-3}$	$1.450 \cdot 10^{-4}$	$4.340 \cdot 10^{-4}$
0.43	$-1.704 \cdot 10^{-3}$	1.165.10-4	$3.559 \cdot 10^{-4}$
0.48	$-1.217 \cdot 10^{-3}$	$1.029 \cdot 10^{-4}$	$3.234 \cdot 10^{-4}$
0.36	$-0.864 \cdot 10^{-4}$	8.72·10 <sup>-5</sup>	$2.777 \cdot 10^{-4}$

Tabela 2. Wartości stałych zależności (7) wyznaczone ze wzoru (8)

W celu przedstawienia graficznego opisu według kryterium Tsai-Wu równanie (3) przekształcimy do postaci kanonicznej

$$\left(\sigma_{11} + \frac{P_{11}}{2P_{1111}}\right)^2 P_{1111} + 4P_{1212}\sigma_{12}^2 = 1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}}.$$
(9)

Parametry charakterystyczne tej krzywej (elipsy) przy uwzględnieniu zależności (5) i wartości  $R_{11}$ ,  $R_{\overline{11}}$ ,  $R_{12}$  podano w tabelach 1–3:

współrzędne środka

$$\sigma_{11}^{0} = -\frac{P_{11}}{2P_{1111}} = \frac{R_{11} - R_{\overline{11}}}{2}$$

$$\sigma_{12}^{0} = 0;$$
(10)

półosie

$$a = \sqrt{\frac{1}{P_{1111}} \left( 1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}} \right)} = \frac{R_{11} + R_{\overline{11}}}{2};$$
(11)

$$b = \sqrt{\frac{1}{4P_{1212}} \left(1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}}\right)} = \frac{R_{12} \left(R_{11} + R_{\overline{11}}\right)}{2\sqrt{R_{11}}R_{\overline{11}}}.$$
 (12)

2 (177) 2009

Poniżej w tabeli 3. podano współrzędne elipsy charakteryzującej wytężenie drewna naturalnego i modyfikowanego

 Tabela 3. Wielkości charakterystyczne elips zgodnie z zależnościami (10–12)

 przy wykorzystaniu wartości z tabel 1–3 (część I)

Materiał	$\sigma_{11}^0$	$\sigma_{\scriptscriptstyle 11}^{\scriptscriptstyle 0}$	а	b
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
K0.0	20.10	0	73.40	22.25
K0.35	15.45	0	91.05	26.08
K0.43	13.90	0	95.80	27.08
K0.48	12.85	0	98.95	27.74
K0.56	10.90	0	104.2	28.85

Równania elips drewna naturalnego i kompozytów:

1. Drewno naturalne K0.0

$$\frac{(\sigma_{11} - 20.10)^2}{73.40^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{22.25^2} = 1.$$
 (13)

2. Kompozyt K0.35

$$\frac{(\sigma_{11} - 15.45)^2}{91.05^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{26.08^2} = 1.$$
 (14)

3. Kompozyt K0.43

$$\frac{(\sigma_{11} - 13.90)^2}{95.80^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{27.08^2} = 1.$$
 (15)

4. Kompozyt K.0.48

$$\frac{(\sigma_{11} - 12.85)^2}{98.95^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{27.74^2} = 1.$$
 (16)

5. Kompozyt K0.56

$$\frac{(\sigma_{11} - 10.90)^2}{104.20^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{28.85^2} = 1.$$
 (17)

Kryterium Tsai-Wu (3) ze stałymi (5) oraz kryterium Goldenblata-Kopnova (7) ze stałymi (8) dają tę samą postać elipsy. Dalej przedstawiono dowód.

Zeszyty Naukowe AMW

Postać kryterium Goldendblata-Kopnova sprowadzono do postaci:

$$2\pi_{11}\sigma_{11} + (\pi_{1111} - \pi_{11}^2)\sigma_{11}^2 + 4\pi_{1212}\sigma_{12}^2 = 1.$$
(18)

Jeżeli porównamy współczynnik przy  $\sigma_{11}$  i  $\sigma_{11}^2$  z kryterium Tsai-Wu (3) i Goldenblata-Kopnova (7) przy wykorzystaniu zależności współczynników  $P_{11}$ ,  $P_{1111}$ ,  $P_{1212}$  z  $\pi_{11}$ ,  $\pi_{11}$  oraz  $\pi_{1212}$ , to zauważmy, że

$$2\pi_{11} = \frac{R_{\overline{11}} - R_{11}}{R_{11}R_{\overline{11}}} = P_{11}, \quad \pi_{1111} - \pi_{11}^2 = \frac{(R_{11} + R_{\overline{11}})^2}{4R_{11}^2R_{\overline{11}}^2} - \frac{(R_{\overline{11}} - R_{11})^2}{4R_{11}^2R_{\overline{11}}^2} = \frac{1}{R_{11}R_{\overline{11}}} = P_{1111}. \quad (19)$$

Z porównania współczynników wyrażonych w tych kryteriach wynika, iż obie metody przedstawiają tę samą elipsę. Na rysunku 2. pokazano zbiorczy wykres wytrzymałości kompozytu D-PMM w zależności od zawartości polimeru z wyko-rzystaniem zależności (13–17).



Rys. 2. Wytrzymałość kompozytu D-PMM w zależności od składowych naprężeń  $\sigma_{_{11}}, \sigma_{_{12}}$  dla różnych zawartości polimeru; punktami oznaczono wartości uzyskane z pomiarów, a linią ciągłą krzywe określone według kryterium Tai-Wu i Goldenblata-Kopnova

## WERYFIKACJA STATYSTYCZNA OPISU

W celu dokonania poprawności oceny opisu dokonano obliczeń średniego bezwzględnego błędu kwadratowego oraz błędu względnego według wzorów:

$$S_{1} = \sqrt{\sum_{i=l}^{m} \sum_{j=l}^{p} (\sigma_{ij}^{e} - \sigma_{i}^{l})^{2} / mp}; \qquad (20)$$

2 (177) 2009

$$S_{1}^{w} = \sqrt{\left[\sum_{i=l}^{m}\sum_{j=l}^{p} ((\sigma_{ij}^{e} - \sigma_{i}^{t}) / \sigma_{i}^{e})^{2}\right] / mp}, \qquad (21)$$

gdzie:  $S_1$  — średni bezwzględny błąd kwadratowy;

 $S_1^w$  — średni względny błąd;

 $\sigma_i^t$  — wartość teoretyczna naprężenia dla *i*-tego kąta;

 $\sigma_{ii}^{e}$  — wartość eksperymentalna naprężenia dla *i*-tego kąta i *j*-tego powtórzenia;

m = 6 — liczba kątów, przy których określono wartości naprężeń;

p = 5 — liczba powtórzeń pomiarów naprężeń dla każdego z kątów.

Błędy określone według powyższej zależności porównuje się ze średnią bezwzględną i średnią względną odchyłką pojedynczych spostrzeżeń na podstawie zależności:

$$\Delta_{1} = t_{\alpha,q} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=l}^{m} \sum_{j=l}^{p} \left(\sigma_{ij}^{e} - \bar{\sigma}_{i}^{e}\right)^{2}\right]/q}; \qquad (22)$$

$$\Delta_{1}^{w} = t_{\alpha,q} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=l}^{m} \sum_{j=l}^{p} \left(\frac{\sigma_{ij}^{e} - \overline{\sigma_{i}}^{e}}{\overline{\sigma_{i}}}\right)^{2}\right]/q}, \qquad (23)$$

gdzie:  $\Delta_1$  — średnia bezwzględna odchyłka pojedynczego spostrzeżenia;

- $\Delta_{l}^{w}$  średnia względna odchyłka pojedynczego spostrzeżenia;
- $\bar{\sigma}_{i}^{e}$  średnia wartość naprężenia eksperymentalnego dla *i*-tego kąta;

 $t_{\alpha,q}$  — wartość krytyczna rozkładu *t*-studenta dla poziomu istotności  $\alpha = 0.05$ i q = m(p-1) stopni swobody.

Wyniki obliczeń statystycznych z wykorzystaniem zależności na określenie wartości  $S_1, S_1^w, \Delta_1$  i  $\Delta_1^w$  zestawiono w tabeli 4.

Zeszyty Naukowe AMW

	Według kryterium T-W oraz G-K		Odchyłki standardowe		
Materiał	S <sub>1</sub> [MPa]	$S_2^w$	⊿ <sub>l</sub> [MPa]	$\varDelta^w_{\mathbf{l}}$	
K0.0	5.15	0.180	$1.24 \cdot t_{0.05;24} = 2.56$	$0.0423 \cdot t_{0.05;24} = 0.087$	
K0.35	11.01	0.254	$2.392 \cdot t_{0.05;24} = 4.93$	$0.08 \cdot t_{_{0.05;24}} = 0.165$	
K0.43	11.45	0.258	$2.28 \cdot t_{0.05;24} = 4.70$	$0.08 \cdot t_{_{0.05;24}} = 0.165$	
K0.48	10.69	0.235	$1.16 \cdot t_{0.05;24} = 2.39$	$0.035 \cdot t_{0.05;24} = 0.072$	
K0.56	13.26	0.263	$1.97 \cdot t_{0.05;24} = 4.06$	$0.056 \cdot t_{0.05;24} = 0.115$	

Tabela 4. Zestawienie obliczeń statystycznych dla ścinania z rozciąganiem oraz ścinania ze ściskaniem kompozytu D-PMM

Z tabeli 4. wynika, że opisy wytrzymałości kryterium Tai-Wu oraz Goldenblata-Kopnova są poprawne. Najlepszy opis uzyskano dla drewna naturalnego.

## UOGÓLNIONA POSTAĆ RÓWNANIA ELIPSY OPISUJĄCA ZMIANĘ STANU NAPRĘŻENIA DREWNA MODYFIKOWANEGO

Wykorzystano uogólnione kryterium Tsai-Wu dla złożonego stanu naprężenia składającego się z rozciągania, ściskania i ścinania. Określono współczynniki  $P_{11}$ ,  $P_{1111}$  i  $P_{1212}$  uwzględniające zawartość polimeru W = 0.35-0.56:

$$P_{II} = \frac{R_{II} - R_{II}}{R_{II}R_{II}} = \frac{53.25 \cdot e^{1.001 \cdot W_i} - 93.5 \cdot e^{0.372 \cdot W_i}}{93.5 \cdot e^{0.372 \cdot W_i} \cdot 53.25 \cdot e^{1.001 \cdot W_i}};$$
(24)

$$P_{\text{IIII}} = \frac{1}{R_{\text{II}}R_{\text{II}}} = \frac{1}{93.5 \cdot e^{0.372 \cdot w_i} \cdot 53.25 \cdot e^{1.001 \cdot w_i}};$$
(25)

$$P_{1212} = \frac{1}{4R_{12}^{i}} = \frac{1}{4.458.38 \cdot e^{1.048 \cdot W_{i}}}$$
(26)

Wprowadzając te współczynniki do ogólnego kryterium Tsai-Wu (1)

$$P_{11}\sigma_{11} + P_{1111}\sigma_{11}^2 + 4P_{1212}\sigma_{12}^2 = 1,$$

2 (177) 2009

uzyskuje się równania w postaci elips opisujących wpływ zawartości polimeru w kompozycie D-PMM na rozkład naprężeń w materiale próbki poddanej złożonemu stanowi naprężenia.

W celu przedstawienia graficznego opisu według kryterium Tsai-Wu (równanie) sprowadzamy do postaci kanonicznej

$$\left(\sigma_{11} + \frac{P_{11}}{2P_{1111}}\right)^2 P_{1111} + 4P_{1212}\sigma_{12}^2 = 1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}},$$
(27)

przy czym P<sub>11</sub>, P<sub>1111</sub>, P<sub>1212</sub> określają zależności 24–26.

Parametry charakterystyczne równania elipsy określono za pomocą poniższych zależności:

- współrzędne środków elips

$$\sigma_{11}^{0} = -\frac{P_{11}}{2P_{1111}} = \frac{R_{11} - R_{\overline{11}}}{2} = \frac{93.5_{e}^{0.372w_{i}} \cdot 53.25_{e}^{1.001w_{i}}}{2}$$
(28)  
$$\sigma_{12}^{0} = 0;$$

półosie elips

$$a = \sqrt{\frac{1}{P_{1111}} \left(1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}}\right)} = \frac{R_{11} + R_{\overline{11}}}{2} = \sigma_{11}^0$$
  
$$= -\frac{P_{11}}{2P_{1111}} = \frac{R_{11} + R_{\overline{11}}}{2} = \frac{93.5_e^{0.372w_i} + 53.25_e^{1.001w_i}}{2};$$
 (29)

$$b = \sqrt{\frac{1}{4P_{1212}} \left(1 + \frac{P_{11}^2}{4P_{1111}}\right)} = \frac{R_{12} \left(R_{11} + R_{\overline{11}}\right)}{\sqrt[2]{R_{11}}R_{\overline{11}}} = \frac{21.41_e^{0.524_{wi}} \left(93.5_e^{0.372w_i} + 53.25_e^{1.001w_i}\right)}{2 \cdot \sqrt{93.5_e^{0.372w_i} + 53.25_e^{1.001w_i}}}.$$
 (30)

W tabeli 5. podano wartości współrzędnych elips dla drewna naturalnego K0.0 i modyfikowanego o większej zawartości polimeru K0.56

Zeszyty Naukowe AMW

Tabela 5. Wielkości charakterystyczne elips zgodnie z zależnościami (28–30) przy wykorzystaniu wartości z tabel 1–3 (część I)

Materiał	$\sigma_{\scriptscriptstyle 11}^{\scriptscriptstyle 0}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle 12}^{\scriptscriptstyle 0}$		
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
K0.0	20.12	0	73.37	22.26
K0.56	10.94	0	104.2	28.87

Równania elips drewna naturalnego i kompozytu:

1. Drewno naturalne K0.0

$$\frac{\left(\sigma_{11} - 20.12\right)^2}{73.37^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{22.26^2} = 1$$
(31)

0(20.12, 0).

2. Kompozytu K0.56

$$\frac{(\sigma_{11} - 10.94)^2}{104.20^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{28.87^2} = 1$$
(32)

0(10.94, 0).

Na rysunku 3. przedstawiono przykładowe wykresy wytrzymałości kompozytu D-PMM w zależności od zawartości polimeru z wykorzystaniem kryterium Tsai-Wu (31, 32).



Rys. 3. Wytrzymałość kompozytu D-PMMw zależności od składowych naprężeń  $\sigma_{1\nu}\sigma_{12}$ dla dwóch różnych zawartości polimeru; linie ciągłe krzywe określono z wykorzystaniem zależności (31) i (32)

2 (177) 2009

#### **WNIOSKI**

Celem porównania powierzchni granicznych w postaci elips dla drewna naturalnego i modyfikowanego przedstawiono je na wspólnym rysunku 3. Powierzchnie tych elips przedstawiają zakres obciążeń dwóch różnych stanów naprężeń powstałych w drewnie naturalnym i modyfikowanym. Można zaobserwować, jakie korzyści spowodowała modyfikacja drewna. Wytężenie materiału modyfikowanego przy ściskaniu wzdłuż włókien może być prawie dwu-, a w poprzek włókien ponad czterokrotnie większe dla analogicznych kierunków w stosunku do drewna naturalnego. Stąd nasuwa się praktyczny wniosek dla konstruktorów, że głównie drewno modyfikowane powinno być stosowane na konstrukcje poddawane ściskaniu. Również przy rozciąganiu widoczny jest znaczny wzrost wytrzymałości drewna modyfikowanego.

Przeprowadzone badania wytrzymałości na przyrządzie pomiarowym pozwoliły na określenie wartości obciążeń, przy których wystąpił początek niszczenia próbek. Wartości naprężeń odpowiadające obciążeniom pokrywały się z elipsami lub leżały w obszarze opisanym przez elipsy.

Hipoteza wytężeniowa, którą zastosowano do kompozytów drewna, jest bardzo rygorystyczną, tzn. można zadawać wyższe wartości obciążenia niż na to pozwala hipoteza. Było to wynikiem założeń, iż dla każdego kąta  $\delta$  obciążenie jest zależnością liniową oraz że geometria próbki jest niezmienna.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Aškenazi E. K., Ganov Z. V., *Anizotropia konstrukcjonnych materialov*, Mašinostrojenie, Leningrad 1985.
- [2] Kyzioł L., Analiza właściwości drewna konstrukcyjnego nasyconego powierzchniowo polimerem MM, "Zeszyty Naukowe" AMW, 2004, nr 156 A.
- [3] Kyzioł L., *Wytrzymałość drewna modyfikowanego w złożonych stanach naprężeń*, część I, *Badania doświadczalne*, "Zeszyty Naukowe" AMW, 2008, nr 3.
- [4] Ochelski S., *Metody doświadczalne mechaniki kompozytów konstrukcyjnych*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2004.
- [5] Pierron F., Vautrin A., Analyse de la rupture d'éprouvettes Iosipescu: application à la mesure de la résistance au cisaillement, Ninth French Conference on Composite Materials, 22–24 November 1994, Vol. 2, Saint-Etienne, pp. 709–718.

Zeszyty Naukowe AMW

- [6] Pierron F., Vautrin A., Measurement of the in-plane shear strengths of unidirectional composites with the Iosipescu test, "Composites Science and Technology", 1997, Vol. 57, pp. 1653–1660.
- [7] PN-79/D-04105, Drewno. Oznaczanie wytrzymałości na ścinanie wzdłuż włókien.
- [8] Swanson S. R., Messick M., Tombes G. R., Comparision of torsion tube and Iosipescu in-plane shear test results for a carbon fibre reinforced epoxy composite, "Composites", 1985, No 3, Vol. 16, pp. 178–183.
- [9] Tsai S. W., Wu E. M., *A general theory of strength for anisotropic materials*, "J. Composite Materiale", 1971, No 7, Vol. 5, pp. 125–143.
- [10] Walrath D. E., Adams D. F., The Iosipescu shear test as applied to composite materials, "Ex. Mech." 1983, Vol. 3, pp. 105–110.

## MODIFIED WOOD STRENGTH UNDER COM-PLEX TENSION CONDITIONS

# PART II MATHEMATICAL DESCRITPTION

### ABSTRACT

The paper presents boundary surfaces of natural and modified wood strength based on the results of investigations into strength included in Part I. To describe strength of the materials under investigated under complex tension conditions Tsai-Wu and Goldenblata-Kopnov criteria were used. Sendocor's test F heir was used to verify their adequacy.

### Keywords:

natural and modified wood, boundary strength, strength criteria.

Recenzent prof. dr hab. inż. Stefan J. Kowalski

2 (177) 2009