

Hubert Wysocki

**O PEWNEJ METODZIE
FUNKCJI MODULUJĄCYCH
I JEJ ZASTOSOWANIU DO IDENTYFIKACJI
RÓWNAŃ NOMOTO DLA OKRĘTU
KLASY MARINER**

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono pewną modyfikację klasycznej metody Shinbrota identyfikacji układu dynamicznego za pomocą funkcji modulującej. Zaproponowana w artykule metoda dotyczy użycia większej liczby funkcji modulujących i rozwiązuje problem wyboru najlepszego modelu. Została przetestowana w identyfikacji wskaźników sterowności dla wybranego okrętu klasy Mariner.

WSTĘP

Metoda Shinbrota [12] polega na całkowaniu przez części równania opisującego dynamikę układu pomnożonego stronami przez odpowiednio dobraną dla tej metody funkcję. Funkcja ta nie zależy od sygnałów na wejściu i na wyjściu układu. Dla tego rodzaju niezależności została nazwana funkcją modulującą (por. [4]). Całkowanie odbywa się po różnych podprzedziałach czasowych przedziału obserwacji układu, tyle razy, ile wynosi liczba identyfikowanych współczynników modelu. W ten sposób, dla danej pary sygnałów wejście-wyjście, dochodzimy do układu równań, którego rozwiązanie daje zidentyfikowane parametry modelu. W pracy proponuje się zastosowanie większej liczby funkcji modulujących, co umożliwi całkowanie po całym przedziale obserwacji dynamiki układu, czyli uwzględnienie całego przebiegu sygnału w danym całkowaniu. Rozważa się układ dynamiczny opisany liniowym równaniem różniczkowym zwyczajnym rzędu m dla wejścia i rzędu n dla wyjścia. Taki układ w metodzie Shinbrota nie był rozpatrywany.

Ponadto, w metodzie klasycznej nie rozważa się problemu wyboru najlepszego modelu z danej klasy modeli opisujących identyfikowany obiekt sterowania. W artykule zagadnienie to zostanie rozwiązane poprzez zastosowanie twierdzenia o rzucie ortogonalnym w przestrzeni \mathbb{R}^k ze zwykłym iloczynem skalarnym.

Opracowana metoda zostanie zilustrowana przykładami identyfikacji współczynników równań różniczkowych Nomoto rzędu pierwszego i drugiego dla wybranego okrętu klasy Mariner [Mariner Class Vessel – (MCV)]. Statki tej klasy były projektowane w połowie lat sześćdziesiątych ubiegłego stulecia i obecnie nie są już eksploatowane [5].

IDENTYFIKACJA UKŁADU DYNAMICZNEGO

Dla uproszczenia zapisów wprowadzimy następujące operacje:

$$Sx := \frac{dx}{dt}, \quad s_{t_0}x := x(t_0), \quad R_{t_0}^{t_k}x := x(t_k) - x(t_0), \quad I_{t_0}^{t_k}x := \int_{t_0}^{t_k} x(t)dt,$$

gdzie $x = x(t)$.

Ponadto niech $L^n := C^n([t_0, t_k], \mathbb{R})$ oraz $\overline{k, l} := \{k, k+1, \dots, l\}$, gdzie $k, n \in \mathbb{N}_0$, $l \in \mathbb{N}$, $k < l$.

Niech będzie dany liniowy stacjonarny układ dynamiczny o parametrach skupionych opisany równaniem różniczkowym

$$a_n S^n y + a_{n-1} S^{n-1} y + \dots + a_1 S y + a_0 y = b_m S^m u + b_{m-1} S^{m-1} u + \dots + b_1 S u + u, \quad (1)$$

gdzie $a_i, b_j \in \mathbb{R}$, $i \in \overline{0, n}$, $j \in \overline{1, m}$, $m \in \mathbb{N}_0$, $n \in \mathbb{N}$, $m \leq n$

oraz

$$u = u(t) \in L^m, \quad y = y(t) \in L^n.$$

Funkcję $f = f(t) \in L^n$ spełniającą warunki

$$f \notin \text{Ker } S^n, s_i S^i f = 0, t \in \{t_0, t_k\}, i \in \overline{0, n-1} \quad (2)$$

nazywamy funkcją modulującą n -tego stopnia układu (1) (odpowiadającą chwilom t_0, t_k). Jest oczywiste, że funkcja modulująca stopnia $n' > n$ jest funkcją modulującą stopnia n .

Niech para sygnał wejściowy-sygnał wyjściowy

$$(u, y) \in [L^m \setminus \{0\}] \times L^n$$

spełnia równanie (1) przy danych współczynnikach $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m$. Wobec tego dla dowolnych $f_1, f_2, \dots, f_k \in L^n, k \geq m + n + 1$ z (1) otrzymujemy

$$\sum_{i=0}^n a_i I_{t_0}^{t_k} (f_\nu \cdot S^i y) = \sum_{i=1}^m b_i I_{t_0}^{t_k} (f_\nu \cdot S^i u) + I_{t_0}^{t_k} (f_\nu \cdot u), \nu \in \overline{1, k}. \quad (3)$$

Zachodzi następujący ogólny wzór na całkowanie przez części (por. [14, 15]):

$$I_{t_0}^{t_k} (x \cdot S^i y) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i R_{t_0}^{t_k} (S^i x \cdot S^{n-1-i} y) + (-1)^n I_{t_0}^{t_k} (S^n x \cdot y), \quad (4)$$

gdzie $x, y \in L^n$.

Stosując do ostatnich n składników lewej strony i do m pierwszych składników prawej strony każdej z równości (3) wzór (4) na całkowanie przez części, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n a_i \left[\sum_{j=0}^{i-1} (-1)^j R_{t_0}^{t_k} (S^j f_\nu \cdot S^{i-1-j} y) \right] + \sum_{i=0}^n (-1)^i a_i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_\nu \cdot y) \\ &= \sum_{i=1}^m b_i \left[\sum_{j=0}^{i-1} (-1)^j R_{t_0}^{t_k} (S^j f_\nu \cdot S^{i-1-j} u) \right] + \sum_{i=1}^m (-1)^i b_i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_\nu \cdot u) + I_{t_0}^{t_k} (f_\nu \cdot u), \nu \in \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Zakładając, że $f_1, f_2, \dots, f_k \in L^n$ są elementami modulującymi co najmniej n -tego stopnia układu dynamicznego (1) (przy t_0, t_k), z (5) uzyskujemy:

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i a_i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_\nu \cdot y) + \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} b_i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_\nu \cdot u) = I_{t_0}^{t_k} (f_\nu \cdot u), \nu \in \overline{1, k}.$$

Układ ten możemy zapisać w postaci wektorowej

$$\sum_{i=0}^{m+n} \alpha_i \mathbf{v}_i = \mathbf{w}, \quad (6)$$

gdzie

$$\alpha_i := \begin{cases} a_i & \text{dla } i \in \overline{0, n} \\ b_{i-n} & \text{dla } i \in \overline{n+1, m+n} \end{cases} \quad (7)$$

oraz

$$\mathbf{v}_i := \begin{bmatrix} (-1)^i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_1 \cdot y) \\ \vdots \\ (-1)^i I_{t_0}^{t_k} (S^i f_k \cdot y) \end{bmatrix}, \nu \in \overline{0, n}; \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_i := \begin{bmatrix} (-1)^{i-n+1} I_{t_0}^{t_k} (S^{i-n} f_1 \cdot u) \\ \vdots \\ (-1)^{i-n+1} I_{t_0}^{t_k} (S^{i-n} f_k \cdot u) \end{bmatrix}, \nu \in \overline{n+1, m+n}; \quad (9)$$

$$\mathbf{w} := \begin{bmatrix} I_{t_0}^{t_k} (f_1 \cdot u) \\ \vdots \\ I_{t_0}^{t_k} (f_k \cdot u) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Ponadto

$$\mathbf{v}_i, \mathbf{w} \in \bigoplus_{\nu=1}^k \text{Ker } S \approx \mathbb{R}^k, i \in \overline{0, m+n}. \quad (11)$$

Założmy teraz, że parametry układu (1) nie są znane. Zbiór złożony z pary sygnałów

$$(\text{SI})_1 := \{(u^*, y^*) : u^* \in L^m \setminus \{0\}, y^* \in L^n\} \quad (12)$$

służących do zidentyfikowania współczynników równania (1) nazywamy serią identyfikującą (jednoelementową) [1]. W praktyce funkcje $u^* = u^*(t), y^* = y^*(t)$ wyznaczone są drogą aproksymacji, na podstawie wartości pomiarowych sygnału wejściowego i odpowiadającego mu sygnału wyjściowego uzyskanych podczas normalnej pracy układu sterowania.

Z uwagi na izomorfizm (11) dalsze rozważania będziemy prowadzili w przestrzeni Hilberta $H := \ell_k^2$, w której iloczyn skalarny

$$(\mathbf{v} | \mathbf{w}) := \sum_{\nu=1}^k V_\nu W_\nu, \quad \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \ell_k^2 \quad (13)$$

wyznacza normę

$$\|\mathbf{v}\| := \sqrt{\sum_{\nu=1}^k V_\nu^2}, \quad \mathbf{v} \in \ell_k^2. \quad (14)$$

Przez identyfikację układu dynamicznego (1) będziemy rozumieli zagadnienie doboru współczynników równania (1) przy serii identyfikującej (12) tak, aby funkcjonal (tzw. wskaźnik jakości identyfikacji)

$$\|J_f(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m+n})\| := \left\| \sum_{i=0}^{m+n} \alpha_i \mathbf{v}_i^* - \mathbf{w}^* \right\| \quad (15)$$

osiągał minimum, gdzie $\mathbf{f} := [f_1, f_2, \dots, f_k]$ jest ustalonym wektorem funkcji modulujących co najmniej n -tego stopnia (odpowiadających chwilom t_0, t_k), natomiast $\mathbf{w}^*, \mathbf{v}_i^*, i \in \overline{0, m+n}$ są wektorami postaci (8) – (10) wyznaczonymi dla serii (12).

Zagadnienie wyboru najlepszego modelu z klasy

$$\mathbf{K} := \left\{ \sum_{i=0}^n a_i S^i y = \sum_{i=1}^m b_i S^i u + u : a_i, b_j \in \mathbf{R}, i \in \overline{0, n}, j \in \overline{1, m} \right\}$$

w sensie minimalizacji wskaźnika jakości (15) rozwiążemy, stosując następujące twierdzenie o rzucie ortogonalnym:

TWIERDZENIE [9]. Niech H_0 będzie domkniętą podprzestrzenią liniową przestrzeni Hilberta H . Wówczas każdemu elementowi $\mathbf{x} \in H$ odpowiada jeden i tylko jeden element $\mathbf{h}_0 \in H_0$, taki że $\|\mathbf{x} - \mathbf{h}_0\| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{h}\|$ dla wszystkich $\mathbf{h} \in H_0$. Ponadto $\mathbf{h}_0 \in H_0$ minimalizuje wyrażenie $\|\mathbf{x} - \mathbf{h}\|$ wtedy i tylko wtedy, gdy element $\mathbf{x} - \mathbf{h}_0$ jest ortogonalny do H_0 .

Element \mathbf{h}_0 nazywamy rzutem ortogonalnym elementu \mathbf{x} na podprzestrzeń H_0 . Omawiana metoda wymaga, aby spełnione było założenie, że

$$\mathbf{B} := \{ \mathbf{v}_0^*, \mathbf{v}_1^*, \dots, \mathbf{v}_{m+n}^* \} \quad (16)$$

jest zbiorem wektorów liniowo niezależnych w ℓ_k^2 . Założenie to nazywamy warunkiem identyfikowalności układu (1), natomiast serię identyfikującą (12), dla której ten warunek jest spełniony – serią identyfikowalną (por. [1]).

Założmy więc, że warunek identyfikowalności układu (1) jest spełniony. Ponadto niech

$$\text{Lin } \mathbf{B} := \left\{ \mathbf{w} = \sum_{i=0}^{m+n} \alpha_i \mathbf{v}_i^* : \alpha_i \in \mathbf{R}, \mathbf{v}_i^* \in \mathbf{B}, i \in \overline{0, m+n} \right\}.$$

Ponieważ $\dim \text{Lin } \mathbf{B} = m + n + 1$, więc hiperpłaszczyzna $\text{Lin } \mathbf{B}$ jako podprzestrzeń skończenie wymiarowa przestrzeni unormowanej ℓ_k^2 jest zbiorem domkniętym [7]. Interesuje nas wyznaczenie takiego elementu

$$\mathbf{w}_0 = \alpha_0^0 \mathbf{v}_0^* + \alpha_1^0 \mathbf{v}_1^* + \dots + \alpha_{m+n}^0 \mathbf{v}_{m+n}^*$$

powłoki liniowej $\text{Lin } \mathbf{B}$, który jest położony najbliżej [w sensie normy (14)] danego elementu \mathbf{w}^* . Mamy zatem znaleźć taki układ $(\alpha_0^0, \alpha_1^0, \dots, \alpha_{m+n}^0)$ liczb rzeczywistych, żeby

$$\|\mathbf{w}^* - \mathbf{w}_0\| = J_f(\alpha_0^0, \alpha_1^0, \dots, \alpha_{m+n}^0) = \min \{ J_f(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m+n}) : \alpha_i \in \mathbb{R}, i \in \overline{0, m+n} \}.$$

Z twierdzenia o rzucie ortogonalnym wynika istnienie i jednoznaczność poszukiwanego wektora \mathbf{w}_0 oraz prostopadłość różnicy $\mathbf{w}^* - \mathbf{w}_0$ do każdego z wektorów $\mathbf{v}_i^*, i \in \overline{0, m+n}$ bazy \mathbf{B} . Mamy więc

$$(\mathbf{w}^* - \mathbf{w}_0 | \mathbf{v}_j^*) = (\mathbf{w}^* - \sum_{i=0}^{m+n} \alpha_i^0 \mathbf{v}_i^* | \mathbf{v}_j^*) = 0, \quad j \in \overline{0, m+n}.$$

Stąd i z własności iloczynu skalarnego (13) otrzymujemy układ równań normalnych na optymalne współczynniki $\alpha_0^0, \alpha_1^0, \dots, \alpha_{m+n}^0$

$$\sum_{i=0}^{m+n} \alpha_i^0 (\mathbf{v}_i^* | \mathbf{v}_j^*) = (\mathbf{w}^* | \mathbf{v}_j^*), \quad j \in \overline{0, m+n}, \quad (17)$$

którym – według zależności (7) – odpowiadają optymalne parametry układu dynamicznego (1). Do obliczeń numerycznych wygodnie jest przedstawić układ (17) w postaci wektorowo-macierzowej

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{d}, \quad (18)$$

gdzie $\mathbf{C} = [c_{ij}] := [(\mathbf{v}_i^* | \mathbf{v}_j^*)]$, $\boldsymbol{\alpha} := [\alpha_i^0]$, $\mathbf{d} = [d_j] := [(\mathbf{w}^* | \mathbf{v}_j^*)]$, $i, j \in \overline{0, m+n}$.

Równanie (18) ma jednoznaczne rozwiązanie, ponieważ wyznacznik macierzy \mathbf{C} jest wyznacznikiem Grama, który jest różny od zera (co jest równoważne warunkowi identyfikowalności układu dynamicznego (1), por. [9]).

Opracowane zagadnienie identyfikacji sprawdzimy na przykładach wyznaczania parametrów Nomoto dla wybranego okrętu klasy Mariner.

PRZYKŁADY

PRZYKŁAD 1. Badając sterowność statku, korzysta się z dwóch prostokątnych układów współrzędnych (rys. 1.):

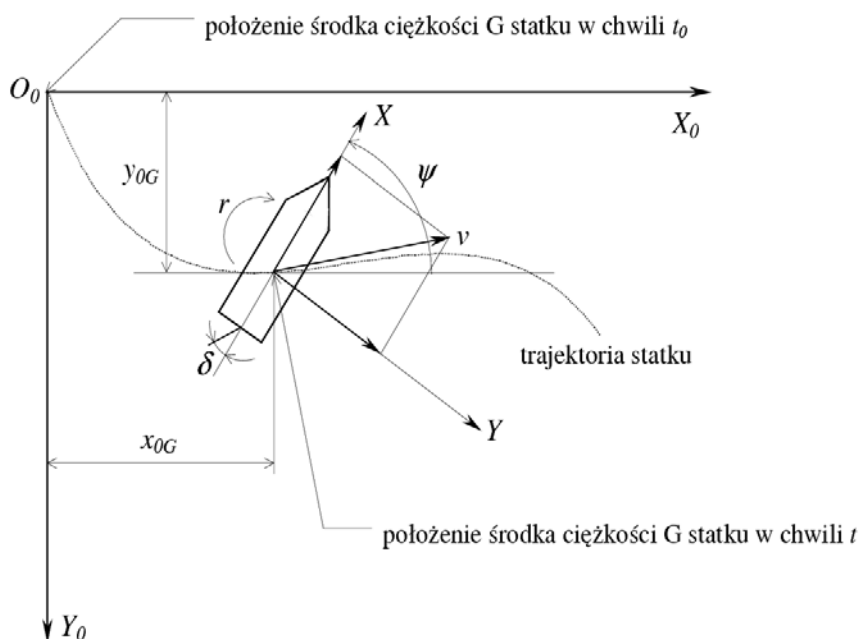
- nieruchomego prawoskrętnego układu współrzędnych geograficznych (X_0, Y_0) leżącego w płaszczyźnie wody spokojnej, z osią X_0 skierowaną w kierunku północy;
- nieruchomego, sztywno związanego ze statkiem prawoskrętnego układu GXY leżącego w płaszczyźnie równoległej do wodnicy konstrukcyjnej, którego początek jest środkiem ciężkości G masy statku, a oś X skierowana jest ku dziobowi.

Ograniczając rozważania do ruchu statku w układzie OX_0Y_0 , wykazuje się, że liniowe równanie różniczkowe sterowności statku opisujące zależność między kątem wychylenia steru $\delta(t)$ a prędkością kątową $r(t)$ obrotu statku (myszskowania) ma postać [10]

$$Tr'(t) + r(t) = K\delta(t). \quad (19)$$

Równanie (19) oraz parametry K, T nazywamy odpowiednio równaniem Nomoto rzędu pierwszego i współczynnikami Nomoto.

Równanie Nomoto stosuje się dla małych wartości δ_0 kąta wychylenia steru, przy czym sterowanie jest najczęściej liniowo-stałe, „trapezowe” lub „sinusoidalne”. Równanie to obowiązuje w przedziale czasu $[t_0, t_k]$, w którym występuje niewielka liczba zmian steru z jednej burty na drugą (niewielka częstotliwość akcji steru) i warunki żeglugi nie ulegają istotnym zmianom [13, 3, 8].



Rys. 1. Ruch statku w układzie współrzędnych OX_0Y_0

Model Nomoto rzędu pierwszego jest stosowany w projektowaniu regulatorów kursu w autopilotach sterowania statkiem. Parametry K i T zależą m.in. od prędkości i załadunku statku, jego własności hydrodynamicznych, a także od stanu morza, rodzaju akwenu i wartości meteorologicznych (falowania i wiatru). Współczynnik wzmocnienia K (skuteczności steru) charakteryzuje zwrotność statku, natomiast stała czasowa T – stateczność kursową i szybkość reakcji statku na wychylenie steru. Ze wzrostem wartości δ_0 wychylenia steru parametry K, T maleją, jednak stosunek $\mu = K/T$, nazywany wskaźnikiem Nomoto, pozostaje w przybliżeniu stały. Służy on do oceny zwrotności statku [8].

Równanie (19) stanowi przypadek szczególnej zależności (1) dla $n = 1, m = 0$, gdzie $u = \delta(t)$ oraz $y = r(t)$.

Dla statku klasy Mariner (MCV) o następujących parametrach [2]:

- długość całkowita $L_c = 171.8$ [m];
- maksymalna szerokość $B = 23.17$ [m];
- zanurzenie średnie $T = 6.86$ [m];
- długość między pionami $L = 160$ [m];

- masa statku $m = 17050$ [t];
- wyporność $W = 16622$ [m³];
- środek ciężkości $X_G = 3.70$ [m];
- prędkość nominalna $V = 7.716$ [m/s];
- pole powierzchni czołowej okrętu $A_f = 416.4$ [m²];
- pole powierzchni bocznej okrętu $A_s = 1540.1$ [m²];
- nominalne obroty śruby okrętowej $n = 7.151$ [rad/s];
- maksymalna prędkość kątowna wychylenia steru $\delta' = 3.5$ [°/s];
- gęstość wody $\rho_w = 1025$ [kg/m³];
- gęstość powietrza $\rho_a = 1.23$ [kg/m³]

współczynnik wzmocnienia i stała czasowa wynoszą odpowiednio [5]:

$$K = 0.1830 \text{ [1/s]}, \quad T = 105.64 \text{ [s]}. \quad (20)$$

Rząd równania (19) jest równy $n = 1$, zatem minimalna liczba funkcji modulujących potrzebnych do identyfikacji wynosi $k = 2$.

Przy wyznaczaniu wskaźników Nomoto często korzysta się z funkcji wychylenia steru postaci [3]

$$u = \delta(t) = \begin{cases} \delta_0 \frac{t}{t_r} & \text{dla } 0 \leq t < t_r \\ \delta_0 & \text{dla } t \geq t_r \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie $t_r = 2\delta_0/\delta'$ jest czasem potrzebnym do osiągnięcia wartości δ_0 , natomiast δ' jest prędkością kątowną wychylenia steru [6].

Dla rozważanego okrętu (MCV) przyjmiemy bezpieczną prędkość kątowną $\delta' = 2.8$ [°/s] oraz $\delta_0 = 7$ [°]. Wówczas $t_r = 5$ [s]. Mamy zatem

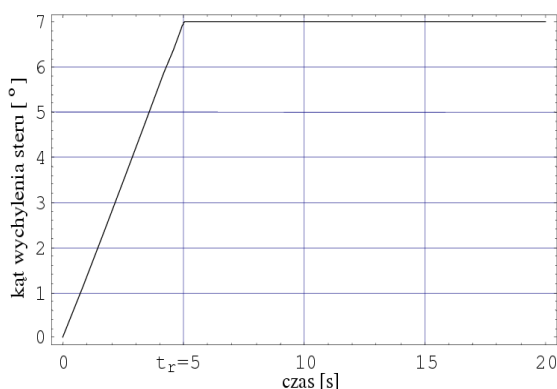
$$u^* = \delta^*(t) = \begin{cases} 1.4t & \text{dla } 0 \leq t < 5 \\ 7 & \text{dla } t \geq 5 \end{cases}. \quad (22)$$

Wykres tego sygnału w przedziale obserwacji $[0,20]$ przedstawia rysunek 2., natomiast rysunek 3. przedstawia rozwiązanie numeryczne równania (19) przy współczynnikach Nomoto (20) i warunku początkowym $r(0) = 0$.

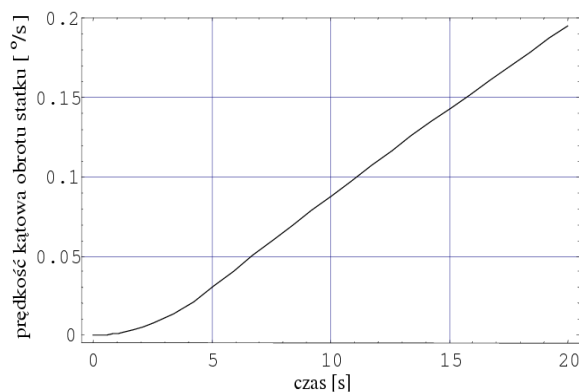
W tabeli 1. zamieszczono wyniki identyfikacji współczynników równania Nomoto dla serii identyfikującej

$$(SI)_1 := \{(\delta^*(t), r^*(t))\}, \quad (23)$$

gdzie $\delta^*(t)$ jest sygnałem (22), natomiast $r^*(t)$ odpowiedzią na ten sygnał, przedstawioną na rysunku 3. Identyfikację przeprowadzono w przedziale obserwacji $[0,20]$, odpowiednio dla $k = 2, 3$ funkcji modulujących. Za każdym razem otrzymano wyniki bardzo zbliżone do (20). Należy również pamiętać, że przedstawione w tabeli 1. parametry Nomoto są optymalne w sensie minimalizacji funkcjonału J_f dla serii identyfikującej (23) i ustalonego wektora \mathbf{f} funkcji modulujących.



Rys. 2. Funkcja wychylenia steru (22)



Rys. 3. Prędkość kątowna statku jako odpowiedź na wychylenie steru wg zależności (22)

Tabela 1. Identyfikacja równania Nomoto (19)

$[t_0, t_k] = [0, 20]$ $u = \delta(t), y = r(t)$	$a_1 y' + a_0 y = u$				
	a_0^0	a_1^0	K	T	J_f
funkcje modulujące					
$t(t-20)\exp(-t)$ $t \sin(t-20)$	5.46448	577.26804	0.18300	105.64000	7.10543×10^{-15}
$\sin^2[t(t-20)]$ $[(1-\cos t)(1-\cos(t-20))]^2$	5.46452	577.26738	0.18300	105.63903	2.32929×10^{-12}
$(t-20)\sin t$ $t \sin(t-20)$ $\cos 0.1\pi t + \cos 0.2\pi t - 2$	5.46449	577.26787	0.18300	105.63984	2.21300×10^{-4}

W 1960 roku Nomoto przedstawił metodę wyznaczania parametrów K, T na podstawie tzw. próby wężowej (próby Kempfa, próby „zig-zag”) [11], która według standardów opracowanych przez Międzynarodową Organizację Morską (IMO) musi spełniać ściśle określone warunki.

W metodzie zaproponowanej w tym artykule można oczywiście wykorzystać sygnały $\delta^*(t), \psi^*(t)$ (gdzie $r = \psi'(t)$ i $\psi(t)$ jest kątem kursowym statku) otrzymywane podczas próby „zig-zag”. Generalnie nie wymaga ona jednak tak długiej rejestracji sygnałów. Mogą one być uzyskiwane podczas normalnego kursu statku.

PRZYKŁAD 2. Oprócz równania Nomoto rzędu pierwszego rozważa się również, obowiązujący przy tych samych założeniach co poprzednio, model rzędu drugiego [10]

$$T_1 T_2 r''(t) + (T_1 + T_2) r'(t) + r(t) = K [T_3 \delta'(t) + \delta(t)], \quad (24)$$

w którym stałe T_1, T_2, T_3, K charakteryzują sterowność statku.

Jeżeli $T_1, T_2 > 0$, to statek ma stateczność ruchu prostoliniowego, która zapewnia poruszanie się stałym kursem ze sterem w położeniu neutralnym, na spokojnej wodzie i przy bezwietrznej pogodzie. Ponadto, im większe wartości T_1, T_2 , tym szybciej statek zmienia kurs pod wpływem akcji steru, czyli jest bardziej zwrotny. Im większa jest wartość parametru T_3 , tym większy wpływ na sterowność statku ma prędkość wychylenia steru. Wskaźnik K , charakteryzujący zwrotność statku, jest miarą prędkości zmiany kursu przy zadanym kącie wychylenia steru [3].

Między stałą czasową T występującą w równaniu Nomoto rzędu pierwszego (19) a parametrami modelu (24) zachodzi związek [10]:

$$T = T_1 + T_2 - T_3. \quad (25)$$

Dla okrętu (MCV) rozważanego w przykładzie 1. parametry równania Nomoto (24) wynoszą odpowiednio [5]:

$$K = 0.1830 [1/s], \quad T_1 = 7.91 [s], \quad T_2 = 116.28 [s], \quad T_3 = 18.55 [s]. \quad (26)$$

Rząd równania (24) wynosi $m = 1$ dla wejścia i $n = 2$ dla wyjścia, zatem minimalna liczba funkcji modulujących potrzebnych do identyfikacji jest równa $k = 4$. Sygnału wejściowego (22) nie możemy brać pod uwagę, ponieważ nie jest on elementem przestrzeni $L^2 = C^2([0, 20], \mathbb{R})$, gdzie $[0, 20]$ jest przedziałem obserwacji sterowności okrętu. Wobec tego jako $u = u(t)$ przyjmujemy funkcję

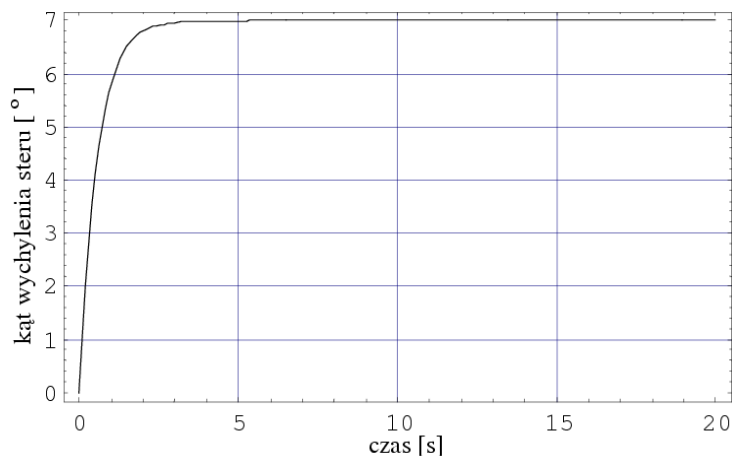
$$u = \delta(t) := \delta_0(1 - e^{-\kappa t}),$$

która dobrze przybliża przedziałami liniową funkcję (21), jeżeli $\kappa \approx 0.4/t'_r$, gdzie $t'_r = t_r V / L_c$ jest bezwymiarowym czasem wychylenia steru [3].

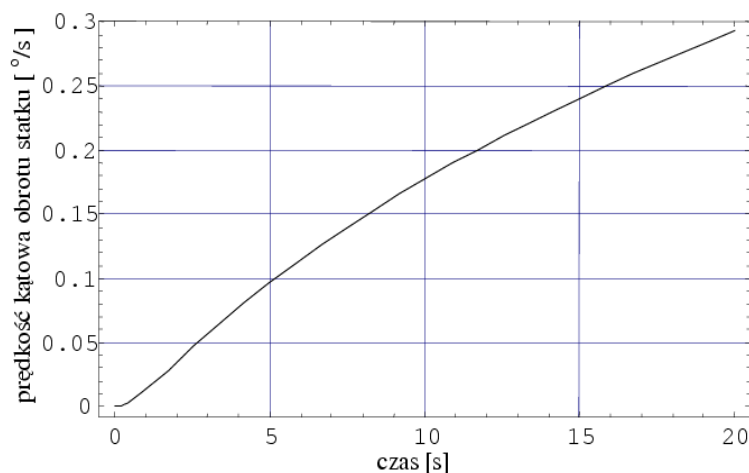
Uwzględniając dane (MCV), otrzymujemy $t'_r \approx 0.22$, $\kappa \approx 1.78$ oraz

$$u^* = \delta^*(t) = 7(1 - e^{-1.78t}). \quad (27)$$

Wykres funkcji (27) w przedziale obserwacji $[0,20]$ zamieszczono na rysunku 4., natomiast odpowiedź numeryczną układu (24) na ten sygnał przy danych wskaźnikach (26) i warunkach początkowych $r(0) = r'(0) = 0$ na rysunku 5.



Rys. 4. Funkcja wychylenia steru (27)



Rys. 5. Prędkość kątowa okrętu jako odpowiedź na wychylenie steru wg zależności (27)

Tabela 2. Identyfikacja równania Nomoto (24)

$[t_0, t_k] = [0, 20]$ $u = \delta(t)$ $y = r(t)$ funkcje modulujące	$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = b_1 u' + u$ $u^* = \delta^*(t) = 7(1 - e^{-1.78t})$, y^* = rozw. numeryczne, rys. 5 $a_0 = 1/K$, $a_1 = (T_1 + T_2)/K$, $a_2 = T_1 T_2 / K$, $b_1 = T_3$					
	a_0^0	a_1^0	a_2^0	b_1^0	J_f	T
	K	T_1	T_2	T_3		
$\sin^2[t(t-20)]$ $[(1 - \cos t)(1 - \cos(t-20))]^2$ $[t(1 - \cos(t-20))]^2$ $[t \sin(t-20)]^2$	5.46555	678.59090	5025.52224	18.54766	6.04510×10^{-9}	105.61016
$\exp(-t)[t(t-20)]^2$ $[t \sin(t-20)]^2$ $[(t-20) \sin t]^2$ $[\sin t \sin(t-20)]^2$ $[\cos 0.1\pi t - 1]^2$	0.18296	7.90973	116.24802	18.54766		
$[\cos 0.1\pi t + \cos 0.2\pi t - 2]^2$ $[\exp(-t)[t(t-20)]^2$ $[\cos 0.1\pi t - 1]^2$ $[(t-20) \sin t]^2$ $[\sin t \sin(t-20)]^2$	5.46502	678.61157	5025.78200	18.54890	3.71850×10^{-5}	105.62479
$[\cos 0.1\pi t + \cos 0.2\pi t - 2]^2$ $[\exp(-t)[t(t-20)]^2$ $[\cos 0.1\pi t - 1]^2$ $[(t-20) \sin t]^2$ $[\sin t \sin(t-20)]^2$	0.18298	7.90983	116.26386	18.54890		
$[\cos 0.1\pi t + \cos 0.2\pi t - 2]^2$ $[\exp(-t)[t(t-20)]^2$ $[\cos 0.1\pi t - 1]^2$ $[(t-20) \sin t]^2$ $[\sin t \sin(t-20)]^2$	5.46502	678.61208	5025.79560	18.54894	8.83176×10^{-5}	105.62483
$[\cos 0.1\pi t + \cos 0.2\pi t - 2]^2$ $[\exp(-t)[t(t-20)]^2$ $[\cos 0.1\pi t - 1]^2$ $[(t-20) \sin t]^2$ $[\sin t \sin(t-20)]^2$	0.18298	7.90985	116.26392	18.54894		

Tabela 2. przedstawia wyniki identyfikacji współczynników równania Nomoto (24) dla serii identyfikującej

$$(SI)_1 := \{(\delta^*(t), r^*(t))\},$$

gdzie $\delta^*(t)$ jest sygnałem (27), natomiast $r^*(t)$ odpowiedzią na ten sygnał przedstawioną na rysunku 5. Identyfikację przeprowadzono odpowiednio dla $k = 4, 5, 6$ funkcji modulujących i za każdym razem otrzymano wyniki bardzo zbliżone do (26). Tabela zawiera również wartości stałej czasowej T obliczanej według wzoru (25). Różnią się one nieznacznie od stałej $T = 105.64$ [s] przyjętej w modelu Nomoto rzędu pierwszego, rozważanym w przykładzie 1.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bubnicki Z., *Identyfikacja obiektów sterowania*, PWN, Warszawa 1974.
- [2] Chislett M., Tejsen J. S., *Planar motion mechanism tests and full scale steering and manoeuvring predictions for mariner class vessel*, Technical Report Hy-6, Hydro and Aerodynamics Laboratory, Lyngby (Denmark), 1965.
- [3] Dudziak J., *Teoria okrętu*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk 1988.
- [4] Eykhoff P., *System identification. Parameter and state estimation*, John Wiley and Sons, London 1974.
- [5] Hansen A. D., *Predictive control and identification: Applications to steering dynamics*, Ph. D Thesis, Department of Mathematical Modelling (IMM), Control Group, Lyngby, Technical University of Denmark, 1996.
- [6] Journee J. M. J., *A simple method for determining the manoeuvring indices K and T from zigzag trial data*, Delft University of Technology, Ship Hydro-mechanics Laboratory (Netherlands), Report 0267, June 1970 (Translated Report, November 2000). Internet: <http://www.shipmotions.nl>
- [7] Kołodziej W., *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, PWN, Warszawa 1982.
- [8] Lisowski J., *Statek jako obiekt sterowania automatycznego*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk 1981.
- [9] Luenberger D. G., *Optimization by vector space methods*, John Wiley and Sons, New York 1969.

- [10] Nomoto K., Taguchi K., Honda K., Hirano S., *On the steering qualities of ships*, „International Shipbuilding Progress”, 1957, Vol. 4, No 35.
- [11] Nomoto K., *Analysis of Kempf's Standard Maneuver Test and Proposed Steering Quality Indices*, Proceedings of 1st Symposium on Ship Manoeuvrability, 1960.
- [12] Shinbrot M., Field M., *On the analysis of linear and nonlinear systems*, „Transactions on the ASME”, 1957, Vol. 79.
- [13] Wełnicki W., *Sterowność okrętu*, PWN, Warszawa 1966.
- [14] Wysocki H., *On an operational calculus with weighting element*, „Studia Sci. Mathematicarum Hungarica”, 1994, Vol. 29.
- [15] Wysocki H., *Zastosowanie rachunku operatorów w wybranych problemach teorii liniowych układów dynamicznych*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 1996, 128 C.

ABSTRACT

The paper presents a modification of classic Shinbrot method used to identify a dynamic system by means of modulating function. The method proposed in the paper refers to application of a larger number of modulating functions and solves the problem of best model selection. It was tested for identification of steerability indicators for a selected Mariner class ship.

Recenzent dr hab. Wiesław Zięba